

KMAP による工作機械の制御(1)－サーボモータ

2017(H29). 12. 1 片柳亮二

【問題】図1に示す直流サーボモータの電機子回路において、電圧 V_m をステップ状に与えたときのモータの回転速度 $\dot{\theta}_m$ の応答を求めよ。

ただし、データは以下とする。

$$R=1.0(\Omega=V/A), \quad L=0.01(V \cdot s/A), \quad K_\tau=1.0(N \cdot m/A), \\ K_E=1.0(V \cdot s/rad), \quad J_m=0.02(kg \cdot m^2)$$

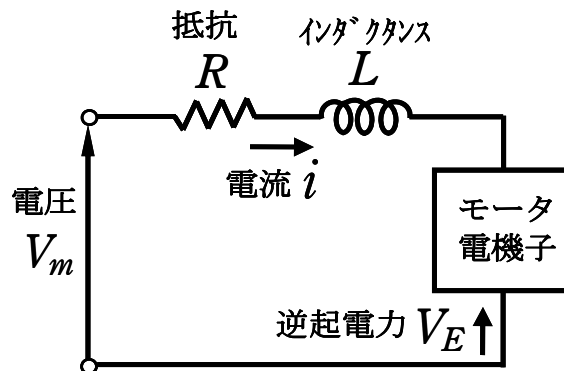


図1 直流サーボモータの電機子回路

【解】

モータへの入力電圧 V_m に対して、モータ電機子回路の抵抗 R とインダクタンス L により、回路に電流 i が流れる。一方、モータが回転することにより逆起電力 V_E が生じる。この場合の電圧方程式は次のように表される。

$$V_m = Ri + L \frac{di}{dt} + V_E \quad (1)$$

なお、この逆起電力 V_E はモータの回転速度 $\dot{\theta}_m$ に比例するので次式で表される。

$$V_E = K_E \dot{\theta}_m \quad (2)$$

ここで、 K_E は逆起電力定数 ($V \cdot s/rad$) である。

電流 i が流れると、モータはこの電流に比例してトルク τ を発生する。この関係式は次式で表される。

$$\tau = K_\tau i \quad (3)$$

ここで、 K_τ はトルク定数 ($N \cdot m/A$) である。なお、トルク定数と逆起電力定数は次の関係がある。

$$K_\tau = K_E \quad (4)$$

(1)式をラプラス変換し，(2)式と組み合わせると次式が得られる．

$$\tau = \frac{K_\tau}{R} \cdot \frac{1}{1+(L/R)s} \cdot (V_m - V_E) \quad (5)$$

一方，モータ単体のダイナミクスは次式で表される．

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau \quad (6)$$

(5)式をラプラス変換すると，回転速度 $\dot{\theta}_m$ は次のように表される．

$$\dot{\theta}_m = \frac{1}{J_m s} \cdot \tau \quad (7)$$

これらのモータ単体でのシステムブロック図は図2のようになる．

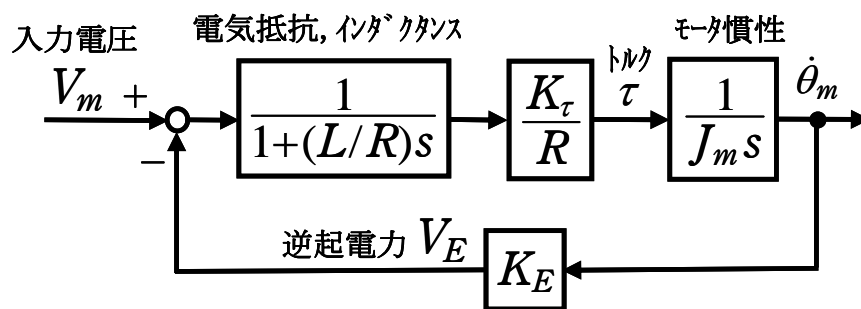


図3 モータ単体のシステムブロック図

図3のシステムにおいて，電圧 V_m をステップ状に与えたときのモータの回転速度 $\dot{\theta}_m$ の応答をKMAPで解析する．

KMAP(バージョン114以降)を起動して，

- ① 「KMAP**解析内容選択画面」⇒ “5” キーイン
- ② 「データファイル利用方法」⇒ “3” をキーイン
- ③ 「3:機械システム制御の実際の例題」⇒ “1” キーイン

例題のインプットデータ ⇒ EIGE.MEC.PR5.1-2.DAT

- ④ 「新しいファイル名入力してください」と表示されるので，以下，次のようにキーイン

0 0 1

これで解析計算が実行されて，安定解析結果が次のように表示される．

```
***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 2), EIVMAX= 0.7071D+02
N      REAL          IMAG
1      -0.50000001D+02  0.50000001D+02  周期 P(sec)= 0.1257E+00
2      -0.50000001D+02 -0.50000001D+02 [ 0.7071E+00, 0.7071E+02]
ZEROS( 0), II/JJ= 4/ 1, G= 0.5000D+04
N      REAL          IMAG
```

```

***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 2), EIVMAX= 0.1000D+03
N      REAL      IMAG
1  -0.10000000D+03  0.00000000D+00
2   0.00000000D+00  0.00000000D+00
ZEROS( 0), II/JJ= 1/ 4, G=-0.5000D+04
N      REAL      IMAG

```

```

-----
          周波数              ゲイン余裕              位相余裕
          48.00001 (rad/s)              (1) 65.53017 (deg)
-----
ゲイン余裕最小値=900.00000 (dB),   位相余裕最小値= 65.53017 (deg)
-----

```

この画面を消すと、次の「解析結果の表示」の画面になる。

```

$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$< 解析結果の表示 >$$$$$$$$$$$$$$$ (KMAP***)$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
$$ 0 : 表示終了 (次の解析 または 終了へ)                                     $$
$$ 1 : 安定解析図 (f 特, 根軌跡) (Excel を立ち上げてください)             $$
$$      (極・零点配置, 根軌跡, 周波数特性などの図が表示できます)         $$
$$      (極・零点の数値データは“9”(安定解析結果)で確認できます)         $$
$$ 6 : ナイスト線図 (Excel を立ち上げてください)                           $$
$$ 7 : シミュレーション図 (KMAP (Simu)) (Excel を立ち上げてください)       $$
$$      (Z191~Z200 に定義した値をタイムヒストリー図に表示できます)       $$
$$ 9 : 釣り合い飛行時のデータおよび安定解析結果 (TES13.DAT)              $$
$$ 10 : その他の Excel 図, 101 : KMAP 線図 (1), 102 : KMAP 線図 (2)        $$
$$ 14 : 取り扱い説明書 (pdf 資料), (15:インプットデータ表示), (16:Ap, B2 行列表示) $$
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$

```

ここで、「1」とキーイン/Enterすると、根軌跡、極・零点およびボード線図が次のように Excel で表示することができる。

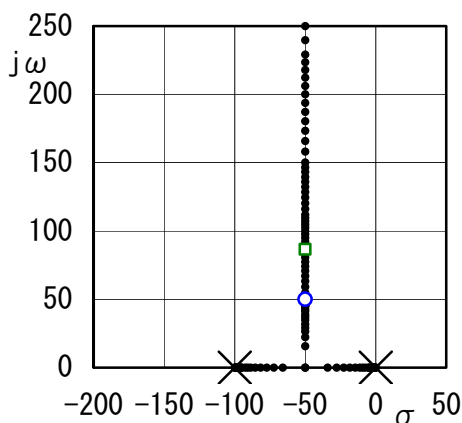


図4 根軌跡
(EIGE.MEC.PRB5.1-2.DAT)

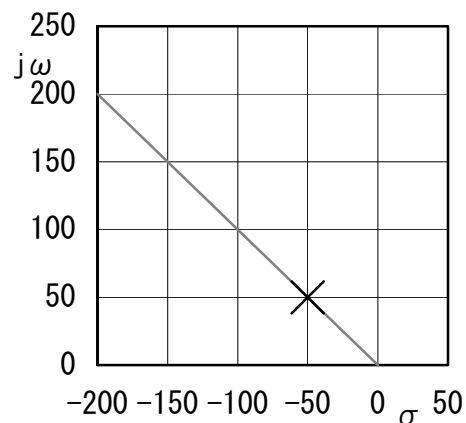


図5 $\dot{\theta}_m/V_m$ の極・零点

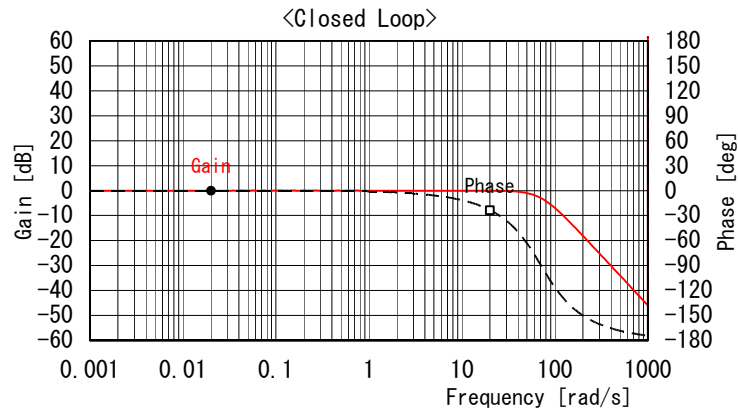


図 6 $\dot{\theta}_m/V_m$ のボード線図

次に、「解析結果の表示」画面で「7」とキーインすると、シミュレーション図を次のように Excel 表示させることができる。

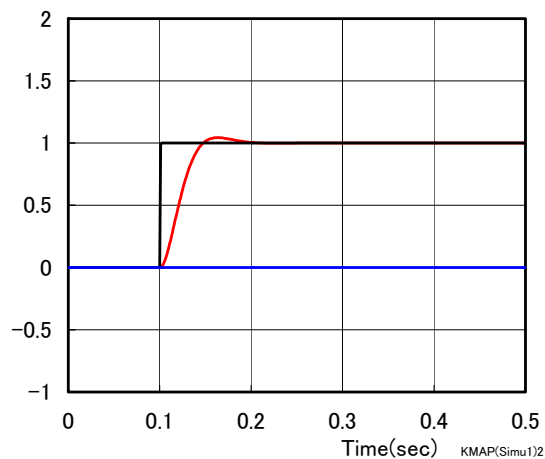


図 7 ステップ応答

このケースのインプットデータは次のようである。

(同様な問題では、例題ファイルをコピー利用して、数値を変更して解析を行っていくとミスを防ぐことができる)

```
##### (インプットデータ) #####
EIGE. MEC. PRB5. 1-2. DAT (モータ単体)
NXP = 0
tmax (s) = 4.000
1. NU1-----> 4
   T , U1      0.0000    0.0000
                0.1000    0.0000
                0.1010    1.0000
                60.0000    1.0000
3. NU3-----> 2
   T , U3      0.0000    0.0000
                60.0000    0.0000
5. NU5-----> 2
   T , U5      0.0000    0.0000
                60.0000    0.0000
```

```

*****10*****20*****30*****40*****50*****60*****70*****
<積分数, IRIG, TDEBUG 時間, 補間関数> 4 0 0.0 0
  <Control System Data>          Hi *---GAIN---NCAL*N01*N02*N03*NGO*LNO
  1 //(1次遅れ)
  2 Z6=U1*G;                      H 0 0.1000E+01 52 6 1 0 0 0
  3 H1=G;(R)                       H 0 0.1000E+01 11 1 0 0 0 0
  4 H2=G;(L)                       H 0 0.1000E-01 11 2 0 0 0 0
  5 H3=H2/H1;(L/R)                 H 0                24 3 2 1 0 0
  6 H4=G;(Ktau)                   H 0 0.1000E+01 11 4 0 0 0 0
  7 H5=H4/H1;(Ktau/R)             H 0                24 5 4 1 0 0
  8 H6=G;(KE)                     H 0 0.1000E+01 11 6 0 0 0 0
  9 H7=G;(Jm)                     H 0 0.2000E-01 11 7 0 0 0 0
 10 //
 11 Z7=Z6-Z12;                    H 0                36 7 6 12 0 0
 12 Z8={1/(1+HS)}Z7X2;            H 3                115 8 7 2 0 0
 13 Z9=Z8*H5;(tau)                H 0                74 9 8 5 0 0
 14 Z10={RGAIN(De)}Z9;(root locus) H 0                301 10 9 0 0 0
 15 Z11=Z10/H7;( /Jm)             H 0                75 11 10 7 0 0
 16 Z99={1/S, t>=G}Z11X4;(THmdot) H 0 0.0000E+00 110 99 11 4 0 0
 17 Z12=Z99*H6;(VE)              H 0                74 12 99 6 0 0
 18 //-----
 19 R6=Z99;                        H 0                101 6 99 0 0 0
 20 //シミュレーション用出力 (Z191~Z200)
 21 Z191=Z99*G;                   H 0 0.1000E+01 53 191 99 0 0 0
 22 Z192=Z6*G;                   H 0 0.1000E+01 53 192 6 0 0 0
 23 //(最後に次の END 文が必要)
 24 {Pitch Data END};             H 0                899 888 887 886 0 0
 25 //*-----
 26 /*(注1)状態方程式使用の場合
 27 /* Z1, Z3, Z5 : 制御入力設定済
 28 /* Z6~(NXP 個) : 状態変数設定済
 29 /* Ri は安定解析の出力で下記注意
 30 /* R6~(NXP 個) : 状態変数に対応
 31 /* R(6+NXP)~Rn: 出力変数の追加
 32 /* 解析出力キーインは i=4~(R 設定数)
 33 /*
 34 /*(注2)状態方程式使用しない場合
 35 /* Zi は全て通常の Z 変数
 36 /* R6~出力変数を設定
 37 /* 解析出力キーインは i=4~(R 設定数)
 38 //$-----
----- (縦系ゲイン最適化 - 探索範囲) -----
探索ゲイン数= 0
重み係数= 0.0000E+00 影響範囲(rad/s)= 0.0000E+00
***** (ゲイン最適化 - 重み関数 W(s)) *****
極の数= 0
零点数= 0
ゲイン= 0.0000E+00 -----
39 {Control Data END};           H 0                999 0 0 0 0 0
----- (DATA END) -----

```

このインプットデータの制御則部は、「解析結果の表示」画面で「101」および「102」とキーインすると、次の KMAP 線図で確認できる。

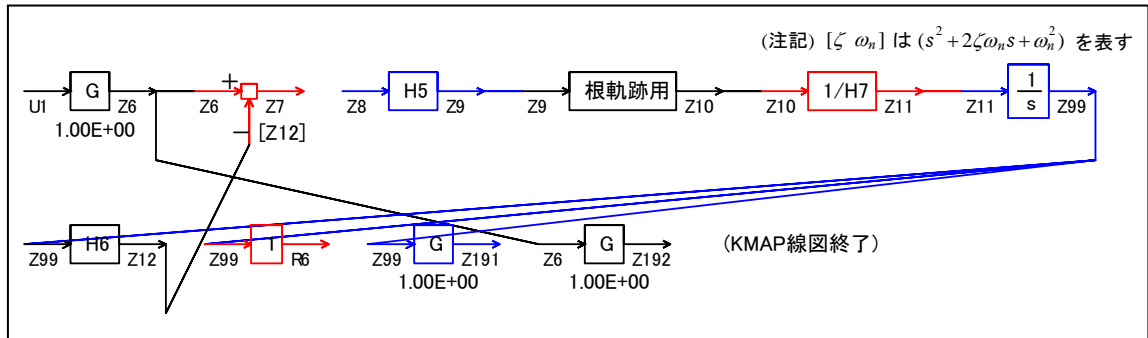


図 8 KMAP 線図

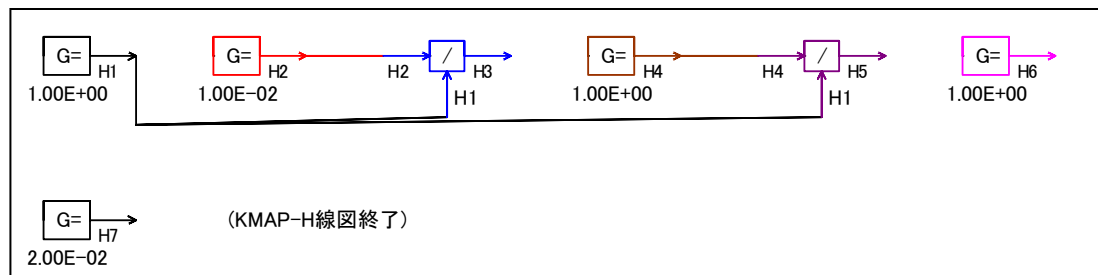


図 9 KMAP-H 線図

図 8 の KMAP 線図は、インプットデータの制御則部をそのデータ順に図にしたもので、信号の流れにミスがないか確認するのに便利である。

また、図 9 の KMAP-H 線図は、計算に用いられる中間変数 H についての信号の流れを図にしたものである。

(参考図書)

- 1) 片柳亮二：初学者のための KMAP 入門，産業図書，2012.
- 2) 片柳亮二：機械システム制御の実際－航空機，ロボット，工作機械，自動車，船および水中ビークル，産業図書，2013.
- 3) <http://r-katayanagi.air-nifty.com/>

以上